

# BAB I

## PENUTUP

### 1.1 Kesimpulan

Interaksi antara semut pengerat daun dan pertanaman jamurnya merupakan interaksi simbiosis mutualisme obligat. Semut berperan sebagai organisme yang menyediakan makanan bagi jamur yang berpengaruh terhadap pertumbuhan jamur, di samping juga berperan dalam pemeliharaan jamur. Sebaliknya, jamur berpengaruh terhadap kelangsungan dan pertumbuhan semut karena jamur berperan sebagai sumber nutrisi utama bagi koloni semut

Model matematika untuk interaksi simbiosis mutualisme obligat antara semut pengerat daun dan pertanaman jamurnya mengikuti sistem persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dA}{dt} = (r_a F - d_a A) A, \quad (1.1.1)$$

$$\frac{dF}{dt} = \left( \frac{r_f a A^2}{b + a A^2} - d_f F - r_c A \right) F, \quad (1.1.2)$$

dimana  $A(t)$  menyatakan total biomassa populasi semut pengerat daun pada waktu  $t$  (minggu),  $F(t)$  menyatakan total biomassa populasi pertanaman jamur pada waktu  $t$  (minggu), dan parameter-parameter menjelaskan hal berikut:

- $r_a$  = Tingkat pertumbuhan maksimum semut,
- $r_f$  = Tingkat pertumbuhan maksimum jamur,
- $c$  = Tingkat konversi antara semut dan jamur,
- $d_a$  = Tingkat kematian alami semut,
- $d_f$  = Tingkat kematian alami jamur,
- $p$  = Proporsi semut pekerja,
- $q$  = Proporsi semut pekerja yang merawat jamur,
- $b$  = Konstanta setengah jenuh.

Titik-titik kesetimbangan dari sistem (1.1.1)-(1.1.2) ditentukan sebagai berikut:

1. Jika  $a < 4b \left( \frac{d_a d_f + r_c r_a}{r_f r_a} \right)^2$ , maka sistem (1.1.1)-(1.1.2) hanya mempunyai titik kesetimbangan trivial  $(0, 0)$ .
2. Jika  $a = 4b \left( \frac{d_a d_f + r_c r_a}{r_f r_a} \right)^2$ , maka persamaan (1.1.1) dan (1.1.2) hanya mempunyai satu titik kesetimbangan positif, yaitu

$$(A^i, F^i) = \left( \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)}, \frac{d_a}{r_a} \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)} \right),$$

selain titik kesetimbangan  $(0, 0)$ .

3. Jika  $a > 4b \left( \frac{d_a d_f + r_c r_a}{r_f r_a} \right)^2$ , maka sistem (1.1.1)-(1.1.2) mempunyai dua titik kesetimbangan positif selain titik  $(0, 0)$ , yaitu

$$(A^{i1}, F^{i1}) = \left( A^{i1}, \frac{d_a}{r_a} A^{i1} \right) \text{ dan } (A^{i2}, F^{i2}) = \left( A^{i2}, \frac{d_a}{r_a} A^{i2} \right),$$

dimana

$$A^{i1} = \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)} + \sqrt{\left( \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)} \right)^2 - \frac{b}{a}},$$

$$A^{i2} = \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)} - \sqrt{\left( \frac{r_f r_a}{2(d_a d_f + r_c r_a)} \right)^2 - \frac{b}{a}}.$$

Berdasarkan analisis kestabilan di sekitar titik-titik kesetimbangan, diperoleh bahwa  $(A^{i1}, F^{i1})$  selalu tak-stabil dan  $(A^{i2}, F^{i2})$  selalu stabil asimtotik ketika  $a > 4b \left( \frac{d_a d_f + r_c r_a}{r_f r_a} \right)^2$ .

Hasil analisis kestabilan tersebut memberikan kondisi kapan kedua spesies, semut dan jamur, dapat hidup saling berdampingan (keduanya tetap eksis), yaitu ketika alokasi semut pekerja yang berada di dalam dan di luar koloni ( $a$ ), nilai konstanta setengah jenuh ( $b$ ), tingkat pertumbuhan maksimum semut dan jamur ( $r_f, r_a$ ), tingkat kematian alami semut dan jamur ( $d_f, d_a$ ), serta tingkat konversi antara semut dan jamur ( $c$ ) memenuhi hubungan  $a > 4b \left( \frac{d_a d_f + r_c r_a}{r_f r_a} \right)^2$ .

## 1.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk melakukan simulasi numerik pada model dan membandingkannya dengan hasil-hasil ana-

lisis kestabilan yang diperoleh pada tugas akhir ini. Di samping itu perlu juga memvalidasi model melalui perbandingan dengan data empirik.

